TEORIA DO ĆWICZEŃ 06 z EwPTM

Stopa procentowa i stopa dyskontowa

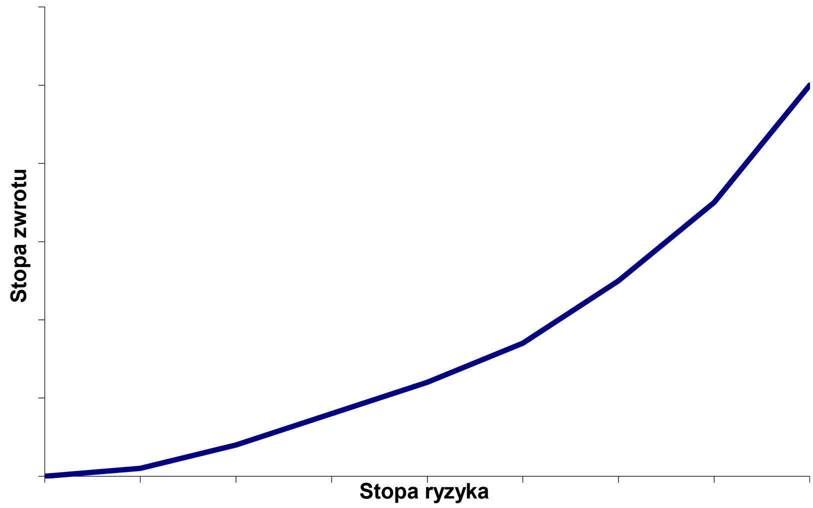
W gospodarce rynkowej kapitał (pieniądz) jest towarem, co powoduje, że tak jak inne dobra ma swoją cenę. Ceną tą jest stopa oprocentowania kapitału, którą pożyczkobiorca płaci pożyczkodawcy za jego udostępnienie w odpowiednim okresie. Stopa oprocentowania kapitału, zwana inaczej stopą procentową, jest podstawową kategorią ekonomiczną rynku finansowego. Popyt na kapitał jest przede wszystkim zdeterminowany przez stopę rentowności (efektywności) przedsięwzięć inwestycyjnych. Jeżeli stopa efektywności inwestycji (stopa zwrotu zainwestowanego kapitału) przewyższa stopę oprocentowania wkładów (oszczędności), to wzrasta zapotrzebowanie na kapitał, gdyż opłaca się przeprowadzać inwestycje. Popyt zależy także od działalności inwestycyjnej podmiotów gospodarczych, które poprzez wydatki na rozwój i modernizację majątku produkcyjnego rozkręcają koniunkturę, co umożliwia wzrost dochodów osobistych ludności. Efektywność inwestycji jest większa wtedy, gdy oprocentowanie kredytów (koszt uzyskania kapitału) nie jest zbyt wysokie. Stopa procentowa jest zatem wielkością równoważącą podaż i popyt na kapitał, tzn. ceną kapitału. Punkt, w którym rosnąca krzywa podaży kapitału przecina się z malejącą krzywą popytu na kapitał, przyjęto nazywać stopą równowagi lub realną stopą procentową, a jej dopuszczalny górny poziom, określony jest przez stopę efektywności (zwrotu) inwestycji. Obok realnej stopy procentowej, na rynku finansowym występuje stopa nominalna. Rynkowa (nominalna) stopa procentowa jest określona przez trzy elementy:

- przewidywaną stopę inflacji;
- premię za ryzyko;
- realną stopę procentową.

nominalna stopa procentowa = realna stopa procentowa z inflacją + premia za ryzyko

Podwyższenie realnej stopy procentowej o przewidywany poziom inflacji eliminuje zniekształcenia rachunku, których główną przyczyną jest zmiana poziomu cen. Premia za ryzyko umożliwia przeprowadzanie porównań pomiędzy projektami inwestycyjnymi, różniącymi się poziomem występującego ryzyka. Rzeczywista stopa procentowa jest faktyczną ceną płaconą za zainwestowany kapitał. Nominalna stopa procentowa jest sumą wszystkich trzech elementów.

Realna stopa zysku wraz z premią z tytułu inflacji określa stopę procentową bez uwzględniania ryzyka. Jest ona stopą procentową wolną od ryzyka. Ryzyko jest kolejnym wyznacznikiem stopy procentowej. Najczęściej jest ono wyrażane premią z tytułu ryzyka. Inwestorzy charakteryzują się bardzo często awersją do ryzyka. Wyższemu poziomowi ryzyka towarzyszy (jako rekompensata) wyższa oczekiwana stopa zwrotu kapitału. Cechę tę ilustruje rysunek 1.



Rys. 1. Współzależność pomiędzy oczekiwaną stopą zwrotu z inwestycji a stopą ryzyka.
Źródło: Opracowanie własne.

W praktyce gospodarczej za stopę wolną od ryzyka, uznaje się stopę oprocentowania państwowych papierów wartościowych. Należy jednak pamiętać, aby uwzględnić w szacunkach oczekiwaną inflację przy ustalaniu oprocentowania obligacji. W literaturze ekonomicznej i w praktyce gospodarczej stopę procentową, w której nie jest zawarta inflacja, określana jest mianem rzeczywistej (realnej) stopy procentowej.

Na podstawie nominalnej stopy procentowej pomniejszonej o premię ryzyka, czyli realnej stopy procentowej z inflacją, ustala się realną stopę procentową:

$$i_r = \frac{i_n - i_i}{1 + i_i}$$

gdzie:

i_r - realna stopa procentowa;
i_n - nominalna stopa procentowa (bez uwzględnienia ryzyka);
i_i - oczekiwana stopa inflacji.

Oprocentowanie w wysokości nominalnej stopy procentowej (bez ryzyka) mają papiery dłużne rządów. Papiery te są teoretycznie pozbawione ryzyka, więc premia ryzyka wynosi dla nich zero.

W przypadku, gdy kapitalizacja odsetek odbywa się częściej niż raz w roku, roczny przyrost wartości przyszłej jest wyższy, niż wynikałoby to z podwyższenia wartości początkowej o stopę procentową użytą do obliczeń. W tej sytuacji należy zastosować efektywną stopę oprocentowania, wyznaczoną na podstawie równania:

$$i_e = (1 + \frac{i_n}{m})^m - 1$$

gdzie:

i_e - efektywna stopa oprocentowania rocznego;
i_n - nominalna stopa procentowa (w skali roku);
m - liczba kapitalizacji odsetek w ciągu roku.

Na rynku finansowym występuje kilka rodzajów stopy procentowej, a o wyborze do rachunku opłacalności inwestycji decyduje zawsze inwestor/analityk. Stopa procentowa (dyskontowa) wykorzystana w rachunku opłacalności inwestycji jest dla inwestora minimalną stopą zwrotu, jaką przynosi inwestycja, by była zaakceptowana. W wypadku inwestycji finansowanych ze środków własnych, jako stopę dyskontową przyjmuje się najczęściej stopę oprocentowania depozytów, które są alternatywą dla danej inwestycji. Natomiast w wypadku inwestycji finansowanych ze środków obcych, za stopę dyskontową przyjmuje się najczęściej oprocentowanie zaciąganego kredytu inwestycyjnego (długoterminowego). Przy tym, należy pamiętać, że idealna stopa dyskontowa jest wyrazem kosztu alternatywnego (utraconego zysku z alternatywnego wykorzystania kapitału) niezależnie od własnego czy obcego pochodzenia kapitału. Uwzględniając ryzyko można skorygować stopę procentową użytą do dyskontowania przyszłych przepływów pieniężnych oraz czasu eksploatacji inwestycji. W wypadku stopy dyskontowej korekta sprowadza się do podwyższenia jej o tzw. premię ryzyka. Przeciętna premia za ryzyko, będąca rekompensatą dla inwestora, składa się z: premii za ryzyko związane z terminem wykupu papieru wartościowego lub spłaty pożyczki, premii za ryzyko jakości (ryzyko konkretnej firmy, warunków pożyczki, pierwszeństwa roszczeń w przypadku upadłości), premii za ryzyko związane z płynnością inwestycji (ograniczeniami zbywalności), premii za ryzyko związane z opodatkowaniem dochodów oraz premii za ryzyko recesji (jeżeli firma jest notowana na giełdzie).

W praktyce gospodarczej wysokość stopy ryzyka projektu inwestycyjnego ustalana jest najczęściej na podstawie metody sumowanych stóp lub metody podwójnego dyskonta. Należy jednak pamiętać, że stosowanie metody podwójnego dyskonta przesadnie zaostrza kryteria efektywności, z tego więc powodu odpowiedniejsza wydaje się metoda sumowanych stóp, jako mniej drastyczna dla wskaźnika efektywności inwestycji.

W zależności od typów projektów inwestycyjnych występują różne klasy ryzyka i związane z nimi wysokości wymaganych stóp procentowych, które przedstawiono w tabeli 1.

Tab. 1. Klasy ryzyka dla różnych typów projektów inwestycyjnych.

Typ projektu	**Ryzyko**	**Wymagana stopa zwrotu *(i)***
Naprawa istniejących urządzeń	Bardzo niskie	9%
Wymiana istniejących urządzeń	Niskie	10%
Rozbudowa istniejących urządzeń w celu produkcji tych samych dóbr	Lekko poniżej normalnego	12%
Nowe urządzenia używające sprawdzonej technologii do produkcji dotychczasowych dóbr	Normalne	13%
Nowe urządzenia używające nowej technologii do produkcji dotychczasowych dóbr	Powyżej normalnego	15%
Nowe urządzenia używające sprawdzonej technologii do produkcji nowych dóbr	Średnio wysokie	17%
Nowe urządzenia używające nowej technologii do produkcji nowych dóbr	Wysokie	20%
Rozwój nowych technologii i nowych produktów	Bardzo wysokie	25%
Rozwój nowych technologii, produktów i rynków	Najwyższe	30%

Źródło: Opracowanie własne.

Stopę dyskontową przyjmuje się najczęściej w wysokości średnioważonego kosztu kapitału, tzn. w wysokości sumy kosztów składników kapitału o różnym pochodzeniu, ważonej udziałem ich wartości rynkowej w wartości rynkowej całego kapitału.

Średni koszt kapitału wyznacza się uwzględniając koszt każdego z jego składników, ważony ich udziałem w całości kapitału. Wyraża on aktualny w danych warunkach rynkowych koszt, jaki zostanie poniesiony dla jego pozyskania w określonej wysokości i strukturze. Koszt kapitału jest liczony jako średnia ważona kosztów kapitału obcego (oprocentowanie pożyczki) i kosztów kapitału własnego, z uwzględnieniem korzyści podatkowych z tytułu wykorzystania kapitału obcego:

$$WACC = (1 - T) \times KO \times C_{OB} + KW \times C_{WŁ}$$

gdzie:

$WACC$ – średni ważony koszt kapitału,
T – stawka podatku dochodowego (wyrażona ułamkiem),
KO – kapitał obcy,
KW – kapitał własny,
C_{OB} – koszt kapitału obcego (oprocentowanie kredytu),
$C_{WŁ}$ – koszt kapitału własnego.

Należy przy tym pamiętać, że udział kapitału własnego i obcego w ogólnym kapitale liczy się zawsze według wartości rynkowej, a nie bilansowej.

W literaturze przedmiotu wyróżnia się cztery zmienne kształtujące koszt kapitału przedsiębiorstwa (determinanty średniego ważonego kosztu kapitału *WACC*). Ogólne warunki gospodarowania determinują poziom stopy wolnej od ryzyka. Warunki rynkowe z kolei wpływają na poziom premii za ryzyko, decyzje operacyjne i finansowe wpływają na poziom ryzyka całkowitego, natomiast poziom finansowania decyduje o zapotrzebowaniu przedsiębiorstwa na kapitał.

Koszt kapitału przyjęty jako stopa dyskontowa jest odpowiednim parametrem stosowanym do oceny projektów inwestycyjnych, w których charakterystyki ryzyka są podobne do ryzyka aktywów posiadanych przez inwestora (np. zarząd portu, armatora, przdsiębiorstwo połowowe, stocznię). Takimi projektami są modernizacja lub rozbudowa istniejących zdolności przepustowych obiektu. W przypadku chęci przeprowadzenia inwestycji polegającej na wybudowaniu nowego obiektu (od podstaw), należy w wysokości stopy dyskontowej uwzględnić specyficzne ryzyko projektu.

Poniższy przykład ilustruje obliczanie ważonych kosztów kapitału (dane fikcyjne).

Koszty kapitału własnego:

Stopa zwrotu wolna od ryzyka R_f	= 5%
Premia rynkowa $(R_M – R_f)$	= 6%
Szacowany wskaźnik ryzyka systematycznego β_i	= 1,4
$C_{WŁ} = \beta_i \times (R_M – R_f) + R_f$,	= 13,4
Udział kapitału własnego w całkowitym kapitale T	= 50%

Koszty kapitału obcego:

Oprocentowanie kapitału obcego	= 8%
Stopa podatkowa	= 20%
Realne oprocentowanie $(1\text{-}T) \times C_{OB}$	= 6,4%
Udział kapitału obcego w całkowitym kapitale T	= 50%

Średni ważony koszt kapitału = 0,5 × 13,4 + 0,5 × 6,4 = 9,9%

Aby zapewnić wzrost wartości przedsiębiorstwa, konieczne jest uzyskanie rocznej rentowności na poziomie powyżej 9,9%, poniewaz tyle wynosi średni ważony koszt kapitału, który wykorzystuje przedsiębiorstwo do finansowania swojej działalności inwestycyjnej.

Przykłady na wyznaczanie wielkości współczynnika procentowego i dyskontowego

Współczynnik procentowy służy do kapitalizacji odsetek i jest nazywany „czynnikiem przyszłej wartości" lub „procentem składanym". Wyznacza się go na podstawie wyrażenia: $(1 + r)^t$, gdzie r – stopa procentowa, t – liczba lat okresu obliczeniowego. Wartość współczynnika procentowego w momencie t = 0 wynosi 1 i wzrasta wraz ze wzrostem liczby lat okresu obliczeniowego. Wzrost ten jest tym szybszy, im wyższą stopę procentową uwzględnimy w obliczeniach.

Współczynnik dyskontowy służy do dyskontowania odsetek (odwrotność kapitalizacji) i jest nazywany „czynnikiem obecnej wartości". Wyznacza się go na podstawie wyrażenia: $1 / (1 + r)^t$, gdzie *wszystkie oznaczenia* – jak wyżej. Maksymalny poziom współczynnika dyskontowego wynosi 1,0 (dla t = 0). Wraz z wydłużaniem okresu obliczeniowego, poziom współczynnika dyskontowego przybliża się do zera (nigdy go jednak nie osiągając). Wielkość czynnika obecnej wartości zależy również od poziomu stopy procentowej – im wyższa stopa procentowa, tym niższy współczynnik dyskontowy, a więc tym mniejsza obecna wartość ocenianego strumienia pieniężnego.

Przykład 1.
Wyznaczyć wielkość współczynnika procentowego (czynnik przyszłej wartości) dla roku zerowego (t = 0), piątego (t = 5) i ósmego (t = 8) przy stopie procentowej równej 10% (0,10), 14% (0,14), 19% (0,19) i 27% (0,27).

Rozwiązanie
Rozwiązanie przedstawiono w tabeli 2.

Tab. 2. Wyznaczenie wielkości współczynnika procentowego.

	Wielkość współczynnika procentowego dla roku		
	t = 0	**t = 5**	**t = 8**
dla stopy procentowej równej:			
10% (0,10)	1,00000	1,61051	2,14359
14% (0,14)	1,00000	1,92541	2,85259
19% (0,19)	1,00000	2,38635	4,02139
27% (0,27)	1,00000	3,30384	6,76752

Źródło: Opracowanie własne.

Przykład 2.
Wyznaczyć wielkość współczynnika dyskontowego (czynnik obecnej wartości) dla roku zerowego (t = 0), piątego (t = 5) i ósmego (t = 8) przy stopie dyskontowej równej 10% (0,10), 14% (0,14), 19% (0,19) i 27% (0,27).

Rozwiązanie
Rozwiązanie przedstawiono w tabeli 3.

Tab. 3. Wyznaczenie wielkości współczynnika dyskontowego.

	Wielkość współczynnika dyskontowego dla roku		
	t = 0	**t = 5**	**t = 8**
dla stopy dyskontowej równej:			
10% (0,10)	1,00000	0,62092	0,46651
14% (0,14)	1,00000	0,51937	0,35056
19% (0,19)	1,00000	0,41905	0,24867
27% (0,27)	1,00000	0,30268	0,14776

Źródło: Opracowanie własne.

Przykład 3.
Inwestor zamierza ulokować 1000 PLN w banku na 10 lat z roczną stopą procentową równą 20%. Przedstawić wartość przyszłą lokaty w poszczególnych latach jej trwania.

Rozwiązanie
dla roku 0: $FV = PV \times (1+ r)^t = 1000 \times (1 + 0,20)^0 = 1000 \times 1,00 = 1000$ PLN
dla roku 1: $FV = PV \times (1+ r)^t = 1000 \times (1 + 0,20)^1 = 1000 \times 1,20 = 1200$ PLN
dla roku 2: $FV = PV \times (1+ r)^t = 1000 \times (1 + 0,20)^2 = 1000 \times 1,44 = 1440$ PLN
dla roku 3: $FV = PV \times (1+ r)^t = 1000 \times (1 + 0,20)^3 = 1000 \times 1,73 \approx 1730$ PLN
dla roku 4: $FV = PV \times (1+ r)^t = 1000 \times (1 + 0,20)^4 = 1000 \times 2,07 \approx 2070$ PLN
dla roku 5: $FV = PV \times (1+ r)^t = 1000 \times (1 + 0,20)^5 = 1000 \times 2,49 \approx 2490$ PLN
dla roku 6: $FV = PV \times (1+ r)^t = 1000 \times (1 + 0,20)^6 = 1000 \times 2,99 \approx 2990$ PLN
dla roku 7: $FV = PV \times (1+ r)^t = 1000 \times (1 + 0,20)^7 = 1000 \times 3,58 \approx 3580$ PLN
dla roku 8: $FV = PV \times (1+ r)^t = 1000 \times (1 + 0,20)^8 = 1000 \times 4,30 \approx 4300$ PLN
dla roku 9: $FV = PV \times (1+ r)^t = 1000 \times (1 + 0,20)^9 = 1000 \times 5,16 \approx 5160$ PLN
dla roku 10: $FV = PV \times (1+ r)^t = 1000 \times (1 + 0,20)^{10} = 1000 \times 6,19 \approx 6190$ PLN

Przykład 4.
Inwestor zamierza uzyskać po 8. latach trwania lokaty kwotę równą 4300 PLN przy rocznej stopie procentowej równej 20%. Jaka powinna być kwota lokaty?

Rozwiązanie
Ponieważ $FV = PV \times (1+ r)^t$, więc poszukując PV po przekształaceniach uzyskujemy:
$PV = FV / (1+ r)^t$.
Podstawiając dane do tego wzoru otrzymujemy:
$PV = FV / (1+ r)^t = 4300 / (1+0,20)^8 = 4300 / 1,2^8 \approx 1000$ PLN

Intepretacja wyniku jest następująca: Aby po 8. latach uzyskać kwotę 4300 PLN, należy dziś założyć lokatę terminową dla kwoty 1000 PLN przy stopie procentowej 20%.

Cztery klasyczne zagadnienia procentu składanego
Mamy cztery typy zadań związanych z poszukiwaniem poszczególnych zmiennych z wzoru podstawowego na wielkość kapitału końcowego:

- szukamy kapitału końcowego (FV);
- szukamy kapitału początkowego (PV);
- szukamy stopy procentowej (r);
- szukamy czasu trwania lokaty (t).

Poszukujemy wielkości kapitału końcowego (FV) – procent składany:

$$FV = PV \times (1 + r)^t$$

gdzie:
FV – kapitał końcowy (wartość przyszła); PV – kapitał początkowy (wartość obecna); r – stopa procentowa; t – okres lokaty.

Poszukujemy wielkości kapitału początkowego (K0, PV) - procent składany

$$PV = \frac{FV}{(1+r)^t}$$

gdzie:
PV – kapitał początkowy (wartość obecna); FV – kapitał końcowy (wartość przyszła); r – stopa procentowa; t – okres lokaty.

Poszukujemy wielkości stopy procentowej (r) - procent składany

$$r = \sqrt[t]{\frac{FV}{PV}} - 1$$

gdzie:
FV – kapitał końcowy (wartość przyszła); PV – kapitał początkowy (wartość obecna); r – stopa procentowa; t – okres lokaty.

Poszukujemy czasu trwania lokaty (t) - procent składany

$$t = \frac{\log\left(\frac{FV}{PV}\right)}{\log(1+r)}$$

gdzie:
FV – kapitał końcowy (wartość przyszła); PV – kapitał początkowy (wartość obecna); r – stopa procentowa; t – okres lokaty.

Tekst opublikowano na stronie:
http://www.akademor.webd.pl/download/Teoria_do_zadan_do_cwiczen_06_EwPTM.pdf