TEORIA DO ĆWICZEŃ 02 z EwPTM

Metody statystyczno-matematyczne opierają się na danych historycznych, na podstawie których możliwe jest wyznaczenie kosztu zmiennego i stałego. Wykorzystują założenie, że całkowite koszty działalności operacyjnej przedsiębiorstwa są w sposób liniowy zależne od skali działania podmiotu: metoda wielkości skrajnych (krańcowych), metoda średnich podokresów oraz metoda regresji liniowej.

Prognozowanie kosztów transportu morskiego - metoda wielkości krańcowych (skrajnych)

Zależności w metodzie statystyczno-matematycznej pomiaru kosztów można przedstawić za pomocą formuły funkcji liniowej:

$$y = B + Ax$$
$$y = K_S + k_{zj} \times x$$

Aby wyznaczyć poziom kosztów zmiennych jednostkowych w metodzie wielkości skrajnych (krańcowych) należy wybrać z szeregów liczbowych najniższe i najwyższe rozmiary produkcji usług/wyrobów oraz najniższe i najwyższe koszty. Nachylenie krzywej kosztów, które określa przyrost kosztów zmiennych na jednostkę produkcji usług/wyrobów, oblicza się wg równania:

$$k_{zj} = \frac{K_{MAX} - K_{MIN}}{P_{MAX} - P_{MIN}}$$

gdzie:
k_{zj} – koszt zmienny jednostkowy, K_{MAX} – koszty przy najwyższych rozmiarach produkcji, K_{MIN} – koszty przy najniższych rozmiarach produkcji, P_{MAX} – najwyższa produkcja, P_{MIN} – najniższa produkcja.

Poziom kosztów stałych w metodzie wielkości krańcowych (skrajnych) ustala się wykorzystując informacje o skrajnych wielkościach produkcji usług/wyrobów i kosztów, odejmując od kosztów przy najwyższych lub najniższych rozmiarach produkcji iloczyn ustalonych kosztów zmiennych jednostkowych i tychże rozmiarów produkcji:

$$K_S = K_{MAX/MIN} - \left(k_{zj} \times P_{MAX/MIN}\right)$$

gdzie:
K_s – koszty stałe, $K_{MAX/MIN}$ – koszty przy najwyższych (najniższych) rozmiarach produkcji, k_{zj} – koszt zmienny jednostkowy, $P_{MAX/MIN}$ – najwyższa (najniższa) produkcja.

Prognozowanie kosztów transportu morskiego - metoda średnich podokresów (semiaverages)

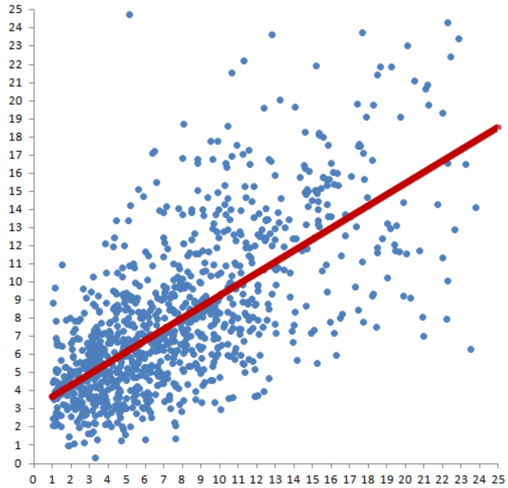
Metoda średnich podokresów (semiaverages) polega na uszeregowaniu według rosnącej wartości produkcji par liczbowych określających wielkości produkcji usług/wyrobów i przypisane im wielkości kosztów całkowitych, następnie podzieleniu tego zbioru na dwie równe grupy. W sytuacji, gdy mamy parzystą liczbę par danych, łatwo je rozdzielić na dwie równe grupy (względem x - produkcji). W sytuacji, gdy mamy nieparzystą liczbę par danych, po zsortowaniu rosnącym, środkową parę danych należy powtórzyć (wpisać powtórnie). Oznacza to, że środkowa para danych będzie kończyła pierwszą grupę (minima) i jednocześnie zaczynała drugą (maksima).

Kolejnym krokiem jest obliczenie wartości średnich produkcji usług/wyrobów i kosztów całkowitych każdej z grup, a następnie wyliczeniu kosztów stałych i zmiennych zgodnie ze wzorami wykorzystywanymi przy metodzie wartości krańcowych (skrajnych). Wartości skrajne w metodzie średnich podokresów zastępuje się wartościami średnimi, obliczonymi dla każdej z grup.

Metodą średnich podokresów (semiaverages) można wyznaczyć funkcję kosztów lepiej dopasowaną do danych empirycznych, niż metodą wartości krańcowych (skrajnych).

Prognozowanie kosztów transportu morskiego - metoda regresji liniowej

Metoda analizy regresji liniowej (najmniejszych kwadratów) polega na doborze analitycznej postaci funkcji, która najlepiej opisuje zależność kosztu całkowitego od wielkości produkcji oraz określeniu stopnia dopasowania tej linii do danych statystycznych, przy czym wykorzystuje się w tym celu klasyczną metodę najmniejszych kwadratów (rysunek obok).



Parametry prostej określonej równaniem

$$y = ax + b \gg K_C = k_{zj} \times x + K_S \gg K_C = K_Z + K_S$$

można wyznaczyć przy użyciu wzorów:

$$\bar{a} = k_{zj} = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$\bar{b} = K_S = \frac{1}{n}\left(\sum y_i - a \sum x_i\right)$$

gdzie:
a, k_{zj} – koszt zmienny jednostkowy; *y*, K_c – koszt całkowity; *b*, K_s – koszt stały; K_Z - koszt zmienny; x_i, y_i - wartości empiryczne; *n* - liczba obserwacji; .

Błędy wyznaczonych wielkości *a* i *b* są określone wzorami:

$$S_a = \sqrt{\frac{n[\sum y_i^2 - a \sum x_i y_i - b \sum y_i]}{(n-2)[n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2]}}$$

$$S_b = \sqrt{\frac{1}{n} S_a^2 \sum x_i^2}$$

W celu obliczenia parametrów regresji liniowej, można sporządzić poniższą tabelę, co znacznie ułatwi obliczenia.

Tab.1.

Tabela ułatwiająca wyznaczanie parametrów regresji liniowej

Lp.	**x**	**y**	**xy**	**x^2**	**y^2**
1	x_1	y_1	x_1y_1	x_1^2	y_1^2
2	x_2	y_2	x_2y_2	x_2^2	y_2^2
3	x_3	y_3	x_3y_3	x_3^2	y_3^2
...					
n	x_n	y_n	x_ny_n	x_n^2	y_n^2
Sumy	$\sum_{i=1}^{n} x_i$	$\sum_{i=1}^{n} y_i$	$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$	$\sum_{i=1}^{n} x_i^2$	$\sum_{i=1}^{n} y_1^2$
	$\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2$				
	$\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i$				

Źródło: Opracowanie własne.

Alternatywnym sposobem na obliczenie sum jest skorzystanie z następujących równań:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n$$

$$\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2 = (x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n)^2$$

$$\sum_{t=1}^{n} x_i^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \cdots + x_n^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 + \cdots + x_ny_n$$

$$\sum_{t=1}^{n} x_i \sum_{t=1}^{n} y_i = (x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n)\,(y_1 + y_2 + y_3 + \cdots + y_n)$$

Najczęściej jest ona stosowana przy regresji liniowej, ale również może być ona stosowana do statystycznego wyznaczania parametrów nieliniowych linii trendu. Do opisu wykorzystuje się wówczas podstawowe modele między innymi: liniowy, wykładniczy, hiperboliczny, potęgowy, logarytmiczny, kwadratowy itp. Wybór modelu następuje w oparciu o współczynnik korelacji.

Metoda analizy regresji jest pozbawiona wszelkich wad przedstawionych wszystkich metod. Na jej podstawie uzyskuje się najdokładniejsze wyniki postaci funkcji kosztów. Często oszacowane wartości kosztu jednostkowego zmiennego z wykorzystaniem wszystkich trzech metod są zbliżone wartościowo do siebie. Największe różnice występują w odniesieniu do kosztu stałego: ujemna wartość (niedopuszczalna z punktu widzenia ekonomicznego) w przypadku metody wielkości ekstremalnych oraz prawie dwukrotnie większa wartość kosztu stałego (metoda średnich podokresów) w odniesieniu do wartości obliczonej metodą regresji. Wartość kosztu stałego jest szacowana na podstawie ekstrapolacji funkcji kosztów poza obszar obserwacji, aż do przecięcia się tej prostej z osią rzędnych. Wpływ na to wywiera nachylenie linii kosztów wyznaczane przez współczynnik kierunkowy prostej (tgα) czyli koszt jednostkowy zmienny. W rzeczywistości funkcja kosztów, poza obszarem obserwacji, nie musi mieć przebiegu liniowego (rys. poniższy).

Należy również zwrócić uwagę na odpowiednie przygotowanie danych liczbowych, na podstawie których dokonuje się **oszacowania funkcji kosztów**, a mianowicie:

- **zakres badanych kosztów** – czy badać koszty całej działalności, czy poszczególnych produktów lub usług, czy też wyodrębnionych komórek, czy koszty pełne, czy wybrane składniki rodzajowe, itp.
- **wybór odpowiedniej miary produkcji** – miara ta winna wyrażać logiczny związek przyczynowo-skutkowy z badanymi kosztami (np.: liczba produktów, czas pracy ludzi, maszyn, itp.).
- **okres objęty badaniem** – elementy dynamiczne (np.: wielkość zdolności produkcyjnej, technologia i organizacja produkcji usług/wyrobów) zakłócające porównywalność danych nie powinny występować w badanym okresie. Ma tu miejsce pewna sprzeczność: krótki okres nie może stanowić podstawy uogólnień, długi okres wiąże się z występowaniem zjawisk zakłócających porównywalność danych.
- **jednostki czasowe obserwacji** – winny nimi być najkrótsze okresy, które gwarantują kompleksowość informacji (najczęściej miesiące).

Tekst opublikowano na stronie:
http://www.akademor.webd.pl/download/Teoria_do_zadan_do_cwiczen_02_EwPTM.pdf